14 Allerlei formules

Voorkennis Periodieke verschijnselen

Bladzijde 94

1 **a** periode = 6, evenwichtsstand = $\frac{20 + -10}{2} = 5$ en amplitude = 20 − 5 = 15

b periode = 2, evenwichtsstand = $\frac{500 + 100}{2} = 300$ en amplitude = 500 − 300 = 200

Bladzijde 95

2 22 − 5 · 4 = 2, dus *h* op *t* = 22 is gelijk aan *h* op *t* = 2 en dat is 1.
33 − 8 · 4 = 1, dus *h* op *t* = 33 is gelijk aan *h* op *t* = 1 en dat is 3.
35 − 8 · 4 = 3, dus *h* op *t* = 35 is gelijk aan *h* op *t* = 3 en dat is −1.
1002 − 250 · 4 = 2, dus *h* op *t* = 1002 is gelijk aan *h* op *t* = 2 en dat is 1.

3 **a** De grafiek laat 10 periodes in ongeveer 110 jaar zien, dus 1 periode is ongeveer 11 jaar.
b In 1980 trad er een maximum op. Met een periode van 11 jaar treden er dus maxima op in 1991, 2002, 2013, 2024 en 2035. Dus 2035 is het eerste maximum na 2025.

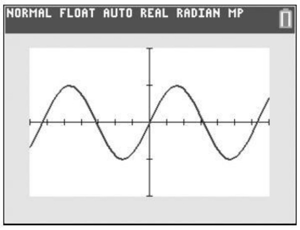
Bladzijde 96

4 **a** De periode is 20 uur.
b Na 140 uur is de helderheid 70% en na 6 dagen = 144 uur is de helderheid 94%.
c De overgang van maximale naar minimale helderheid duurt 16 uur en de overgang van minimale naar maximale helderheid duurt 4 uur.
d De helderheid is gedurende 7 uren achter elkaar groter dan 80%.
e Op 2 maart kan hij om 1:00 uur en om 21:00 uur maximale helderheid waarnemen.
Op 6 maart kan hij om 5:00 uur maximale helderheid waarnemen.

14.1 Sinusoïden

Bladzijde 97

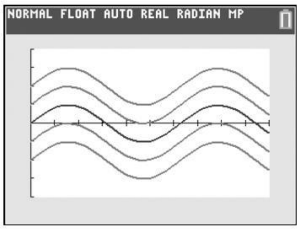
1 **a, b**



c De toppen zijn (−4,71; 1), (−1,57; −1), (1,57; 1) en (4,71; −1).
d De snijpunten met de *x*-as zijn (−6,28; 0), (−3,14; 0), (0; 0), (3,14; 0) en (6,28; 0).
e periode = 6,28 (dat is 2π), evenwichtsstand = $\frac{1 + -1}{2} = 0$ en amplitude = 1 − 0 = 1

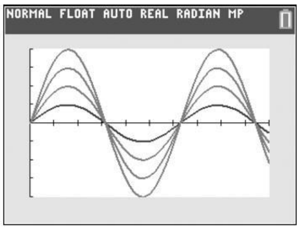
Bladzijde 98

2 **a**



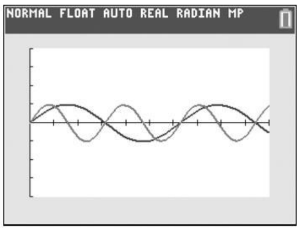
b De grafiek van $y = a + \sin(x)$ ontstaat door de grafiek van $y = \sin(x)$ over een afstand *a* omhoog te verschuiven.
c periode = 2π, evenwichtsstand = *a* en amplitude = 1

3 **a**

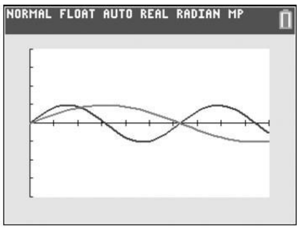


b De grafiek van $y = b\sin(x)$ ontstaat door de grafiek van $y = \sin(x)$ te herschalen in verticale richting met factor b.
c periode = 2π, evenwichtsstand = 0 en amplitude = b

4 **a**



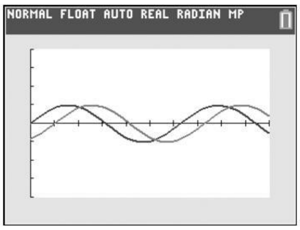
b periode = π, evenwichtsstand = 0 en amplitude = 1
c



d periode = 4π, evenwichtsstand = 0 en amplitude = 1
e Van $y = \sin(4x)$ is de periode $\frac{1}{2}\pi$.
Van $y = \sin(5x)$ is de periode $\frac{2}{5}\pi$.
Van $y = \sin(cx)$ is de periode $\frac{2\pi}{c}$.

Bladzijde 99

5 **a**



De grafiek van $y = \sin(x - 1)$ ontstaat door de grafiek van $y = \sin(x)$ over een afstand 1 naar rechts te verschuiven.
b De grafiek van $y = \sin(x - d)$ ontstaat door de grafiek van $y = \sin(x)$ over een afstand d naar rechts te verschuiven.
c periode = 2π, evenwichtsstand = 0 en amplitude = 1

Bladzijde 100

6 De periode, de evenwichtsstand en de amplitude zijn achtereenvolgens

a 2π, 5, 1
b 2π, 0, 5
c $\frac{2}{5}\pi$, 0, 1
d $\frac{2}{3}\pi$, 0, 8
e $\frac{2}{3}\pi$, 8, 1
f 2π, 3, 8
g 8π, 3, 6
h $\frac{1}{2}$, 5, 2
i 6π, 7, 2

7 **a** $a = 100$, $b = 8$ en $c = \frac{2\pi}{0{,}2\pi} = 10$
b $a = 850$, $b = 48$ en $c = \frac{2\pi}{8} = \frac{1}{4}\pi$

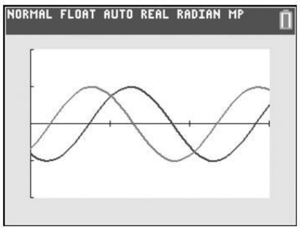
© Noordhoff Uitgevers bv

8 $y = 100 + 80\sin\left(\frac{2\pi}{10}x\right)$ ofwel $y = 100 + 80\sin\left(\frac{1}{5}\pi x\right)$

9 **a** amplitude = 10, evenwichtsstand = 15 en periode = 8

b $y = 15 + 10\sin\left(\frac{2\pi}{8}x\right)$ ofwel $y = 15 + 10\sin\left(\frac{1}{4}\pi x\right)$

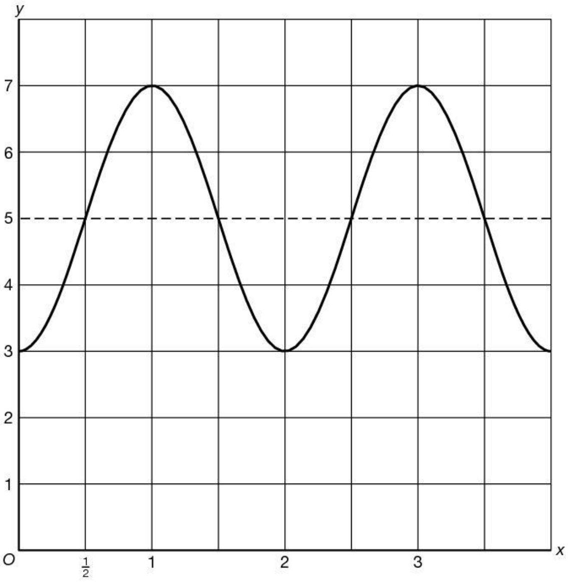
10 **a**



b De optie zero of ROOT geeft $x = 0{,}73$, dus (0,73; 0).
c De optie zero of ROOT geeft $x \approx 0{,}24$, dus (0,24; 0).
d In de formule van y_1.

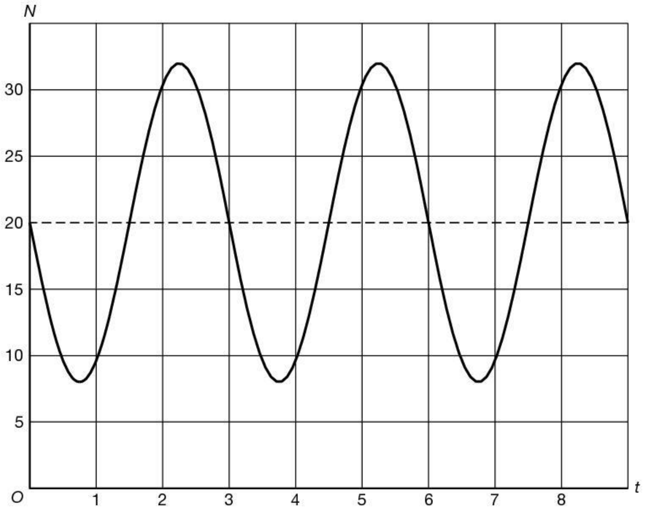
Bladzijde 102

11 evenwichtsstand = 5
amplitude = 2
periode = $\frac{2\pi}{\pi} = 2$
grafiek gaat stijgend door $\left(\frac{1}{2}, 5\right)$

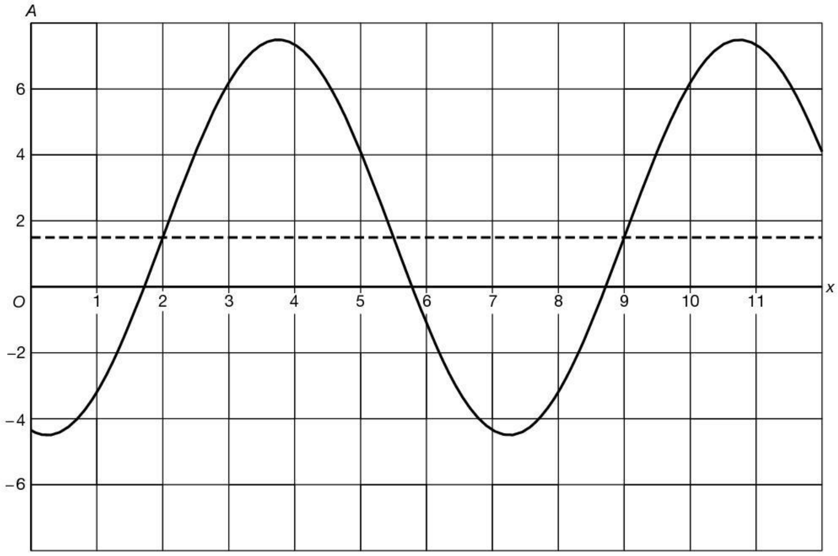


14

12 **a** evenwichtsstand = 20
amplitude = 12
periode = $\frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = 3$
grafiek gaat stijgend door $\left(1\frac{1}{2}, 20\right)$



b evenwichtsstand = 1,5
amplitude = 6
periode = $\frac{2\pi}{\left(\frac{2\pi}{7}\right)} = 7$
grafiek gaat stijgend door (2; 1,5)



14.2 Toepassingen van sinusoïden

Bladzijde 104

13 **a** evenwichtsstand = $\frac{5+1}{2} = 3$
amplitude = 5 − 3 = 2
periode = 3
b $a = 3$
$b = 2$
$c = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$
$d = 1$

 © Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 105

14 **a** a = evenwichtsstand = $\frac{3{,}5 + 0{,}5}{2} = 2$

b = amplitude = 3,5 − 2 = 1,5

De periode is 4,5 − 1,5 = 3, dus $c = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$.

Stijgend door de evenwichtsstand bij x = 1,5, dus d = 1,5.
Dus $y = 2 + 1{,}5\sin\left(\frac{2}{3}\pi(x - 1{,}5)\right)$.

b a = evenwichtsstand = $\frac{4 + -2}{2} = 1$

b = amplitude = 4 − 1 = 3

De periode is 5 − 2 = 3, dus $c = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$.

Stijgend door de evenwichtsstand bij x = 2, dus d = 2.
Dus $y = 1 + 3\sin\left(\frac{2}{3}\pi(x - 2)\right)$.

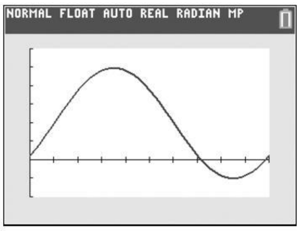
15 a = evenwichtsstand = $\frac{175 + 25}{2} = 100$

b = amplitude = 175 − 100 = 75
Door de evenwichtsstand bij opvolgend t = 4 en t = 9.

De halve periode is 9 − 4 = 5, dus periode = 10 en dit geeft $c = \frac{2\pi}{10} = \frac{1}{5}\pi$.

Stijgend door de evenwichtsstand bij t = 4, dus d = 4.
Dus $N = 100 + 75\sin\left(\frac{1}{5}\pi(t - 4)\right)$.

16 **a** Voer in $y_1 = 2 + 3\sin\left(\frac{1}{5}\pi(x - 1)\right)$.



De optie maximum geeft x = 3,5 en y = 5, dus het hoogste punt is (3,5; 5).

b Trace of Y-CAL geeft $y \approx 3{,}45$.

c Voer in $y_2 = 3{,}6$.
Intersect geeft $x \approx 1{,}90$ en $x \approx 5{,}10$.

Bladzijde 106

17 **a** y_{max} = evenwichtsstand + amplitude = 5 + 2 = 7

De periode is $\frac{2\pi}{\frac{2}{5}\pi} = 5$.

y is maximaal een kwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus y is maximaal voor $x = 0{,}8 + \frac{1}{4} \cdot 5 = 2{,}05$.

b y_{min} = evenwichtsstand − amplitude = 5 − 2 = 3
y is minimaal driekwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus y is minimaal voor $x = 0{,}8 + \frac{3}{4} \cdot 5 = 4{,}55$.

c Voer in $y_1 = 5 + 2\sin\left(\frac{2}{5}\pi(x - 0{,}8)\right)$.
Trace of Y-CAL geeft $y \approx 3{,}01$.

d Voer in $y_2 = 6$.
Intersect geeft $x \approx 1{,}22$ en $x \approx 2{,}88$.

e Trace of Y-CAL geeft $y \approx 3{,}31$.

f De helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4} \approx -1{,}60$.

g De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij x = 0,8.

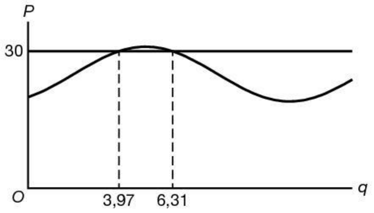
De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0{,}8} \approx 2{,}51$.

© Noordhoff Uitgevers bv

18 **a** $P = 25 + 6\sin\left(\frac{1}{2}q - 1\right) = 25 + 6\sin\left(\frac{1}{2}(q - 2)\right)$
P_{max} = evenwichtsstand + amplitude = 25 + 6 = 31
De periode is $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$.
P is maximaal een kwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus P is maximaal voor $q = 2 + \frac{1}{4} \cdot 4\pi \approx 5{,}14$.

b P_{min} = evenwichtsstand − amplitude = 25 − 6 = 19
P is minimaal driekwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus P is minimaal voor $q = 2 + \frac{3}{4} \cdot 4\pi \approx 11{,}42$.

c Voer in $y_1 = 25 + 6\sin\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$ en $y_2 = 30$.
Intersect geeft $x \approx 3{,}97$ en $x \approx 6{,}31$.



Dus $P > 30$ voor $3{,}97 < q < 6{,}31$.

d De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij $q = 2$.
De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2} = 3$.

Bladzijde 107

19 **a** N_{max} = evenwichtsstand + amplitude = 30,8 + 6,3 = 37,1
De periode is $\frac{2\pi}{\frac{2}{15}\pi} = 15$.
N is maximaal een kwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus N is maximaal voor $t = 5{,}1 + \frac{1}{4} \cdot 15 = 8{,}85$.

b N_{min} = evenwichtsstand − amplitude = 30,8 − 6,3 = 24,5
N is minimaal driekwart periode nadat de evenwichtsstand stijgend is gepasseerd, dus N is minimaal voor $t = 5{,}1 + \frac{3}{4} \cdot 15 = 16{,}35$.

c Voer in $y_1 = 30{,}8 + 6{,}3\sin\left(\frac{2}{15}\pi(x - 5{,}1)\right)$.
Trace of Y-CAL geeft $y \approx 35{,}65$, dus $N = 35{,}65$.

d Voer in $y_2 = 35$.
Intersect geeft $x = 6{,}842...$ en $x = 10{,}857...$
$10{,}857... - 6{,}842... = 4{,}015...$
Dus N is 4 uur en 1 minuut, ofwel 241 minuten, groter dan 35.

e De helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=10} \approx -1{,}22$.

f De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij $x = 5{,}1$.
De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5{,}1} \approx 2{,}64$.

20 **a** evenwichtsstand = 12 − 4 = 8
amplitude = 4
periode = 15
Stijgend door de evenwichtsstand een kwart periode voor een hoogste punt, dus bij $x = 18 - \frac{1}{4} \cdot 15 = 14\frac{1}{4}$.
Dus $y = 8 + 4\sin\left(\frac{2}{15}\pi\left(x - 14\frac{1}{4}\right)\right)$.

b amplitude = 812 − 650 = 162
Stijgend door de evenwichtsstand een kwart periode voor een hoogste punt, dus bij $x = 16 - \frac{1}{4} \cdot 48 = 4$.
Dus $y = 650 + 162\sin\left(\frac{2\pi}{48}(x - 4)\right) = 650 + 162\sin\left(\frac{1}{24}\pi(x - 4)\right)$.

© Noordhoff Uitgevers bv

c evenwichtsstand $= \dfrac{250 + 110}{2} = 180$
amplitude $= 250 - 180 = 70$
De halve periode is $26 - 2 = 24$, dus de periode is 48.
Stijgend door de evenwichtsstand een kwart periode na een laagste punt, dus voor $x = 26 + \frac{1}{4} \cdot 48 = 38$.
Dus $y = 180 + 70\sin\left(\frac{1}{24}\pi(x - 38)\right)$.

Bladzijde 108

21 **a** 1 maart heeft dagnummer 60 en 18 mei heeft dagnummer 138.
Voer in $y_1 = 17 + 8\sin\left(\dfrac{2\pi}{365}(x - 110)\right)$.
$x = 60$ geeft $y \approx 10{,}93$, dus op 1 maart is de gemiddelde dagtemperatuur 10,9 °C.
$x = 138$ geeft $y \approx 20{,}71$, dus op 18 mei is de gemiddelde dagtemperatuur 20,7 °C.
b Voer in $y_2 = 12$.
Intersect geeft $x \approx 70{,}78$ en $x \approx 331{,}72$.
Bij $n = 71$ hoort 12 maart en bij $n = 332$ hoort 18 november.
Dus tussen 12 maart en 18 november is de gemiddelde dagtemperatuur meer dan 12 °C.
c De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij $n = 110$.
De grootste snelheid is $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=110} \approx 0{,}14$ °C/dag.

22 **a** De langste dag duurt $11{,}9 + 6{,}1 = 18$ uur.
De periode is 365 dagen.
L is maximaal voor $n = 80 + \frac{1}{4} \cdot 365 = 171{,}25$.
Bij $n = 172$ hoort 21 juni.
b Het verschil is $2 \cdot 6{,}1 = 12{,}2$ uur = 12 uur en $0{,}2 \cdot 60 = 12$ minuten.
c 1 maart heeft dagnummer 60.
$n = 60$ geeft $L = 11{,}9 + 6{,}1\sin\left(\dfrac{2\pi}{365}(60 - 80)\right) = 9{,}841...$, dus 9 uur en $0{,}841... \cdot 60 \approx 50$ minuten.
d De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij $n = 80$.
De grootste snelheid is $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=80} = 0{,}105...$ uur/dag $= 3600 \cdot 0{,}105... \approx 378$ seconden/dag.

23 **a** $a = \dfrac{16 + 8}{2} = 12$
$b = 16 - 12 = 4$
$c = \dfrac{2\pi}{12} = \frac{1}{6}\pi$
$d = -1 + \frac{1}{4} \cdot 12 = 2$
b Voer in $y_1 = 12 + 4\sin\left(\frac{1}{6}\pi(x - 2)\right)$ en $y_2 = 15$.
Intersect geeft $x = 3{,}619...$ en $x = 6{,}380...$
$6{,}380... - 3{,}619... = 2{,}760...$ maanden $= 2{,}760... \cdot 30 = 82{,}819...$ dagen
Dus gedurende 83 dagen is de daglengte meer dan 15 uur.
c Bij 21 maart hoort $t = 2$ en bij 21 februari hoort $t = 1$.
$\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=2} = 2{,}09...$ en $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=1} = 1{,}81...$
Dus op 21 maart neemt de daglengte sneller toe dan op 1 februari.
d Bij 1 april hoort $t = 2\frac{11}{30}$.
De snelheid is $\left[\dfrac{dy}{dx}\right]_{x=2\frac{11}{30}} = 2{,}055...$ uur/maand $= 2{,}055... \cdot 3600 : 30 \approx 247$ seconden/dag.

Bladzijde 109

24 **a** Voer in $y_1 = 3 + 3\sin(0{,}469x)$ en $y_2 = 3{,}8$.
Intersect geeft $x = 0{,}575...$ en $x = 6{,}122...$
De breedte van het blokje is $6{,}122... - 0{,}575... = 5{,}547... \approx 5{,}5$ cm.

b De stelling van Pythagoras geeft $QS = \sqrt{67^2 + 55^2} = 86{,}683...$

De periode is $\frac{86{,}683...}{5} = 17{,}336...$, dus $c = \frac{2\pi}{17{,}336...} = 0{,}3624...$

De amplitude is 3.

De grafiek gaat stijgend door de evenwichtsstand voor $x = 0$.

Dus $y = 3 + 3\sin(0{,}362x)$.

Bladzijde 110

25 **a** De evenwichtsstand is $\frac{0{,}70}{2} = 0{,}35$.

De amplitude is $0{,}70 - 0{,}35 = 0{,}35$.

De periode is 10, dus $c = \frac{2\pi}{10} = \frac{1}{5}\pi$.

De grafiek gaat een kwart periode na het laagste punt stijgend door de evenwichtsstand, dus voor $x = 2{,}5$.

Dit geeft $y = 0{,}35 + 0{,}35\sin\left(\frac{1}{5}\pi(x - 2{,}5)\right)$.

b Voer in $y_1 = 0{,}35 + 0{,}35\sin\left(\frac{1}{5}\pi(x - 2{,}5)\right)$.

De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij $x = 2{,}5$.

De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2{,}5} \approx 0{,}22$.

c Volgens Alex is de periode 14 m, dus $c = \frac{2\pi}{14} = \frac{1}{7}\pi$.

De grafiek gaat een kwart periode na het laagste punt stijgend door de evenwichtsstand, dus voor $x = 3{,}5$.

Dus $y = 0{,}35 + 0{,}35\sin\left(\frac{1}{7}\pi(x - 3{,}5)\right)$.

Voer in $y_1 = 0{,}35 + 0{,}35\sin\left(\frac{1}{7}\pi(x - 3{,}5)\right)$.

$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3{,}5} = 0{,}157...$

De maximale helling is groter dan 0,15, dus Alex heeft niet gelijk.

14.3 Rijen bij figuren

Bladzijde 112

26 **a** Voor $n = 11$ geldt $z = \frac{1}{2} \cdot 11 + \frac{1}{2} = 6$.

De zijde van vierkant 11 is 6.

b Los op $\frac{1}{2}n + \frac{1}{2} = 10$

$\frac{1}{2}n = 9\frac{1}{2}$

$n = 19$

Vierkant 19 heeft zijde 10.

c Voer in $y_1 = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$.

Uit de tabel volgt $O(21) = 121$, $O(22) = 132{,}25$, $O(23) = 144$ en $O(24) = 156{,}25$.

Van de vierkanten 22 en 23 ligt de oppervlakte tussen 125 en 150.

d $O(n - 1) = \frac{1}{4}(n - 1)^2 + \frac{1}{2}(n - 1) + \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{4}(n^2 - 2n + 1) + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{4}n^2 - \frac{1}{2}n + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{4}n^2$

e $O(n) - O(n - 1) = \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}n^2 = \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}$

De recursieve formule is $O(n) = O(n - 1) + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}$ met $O(1) = 1$.

Bladzijde 114

27 **a** De omtrek van een vierkant is $4 \cdot$ zijde. Als de zijde wordt vermenigvuldigd met $1\frac{1}{2}$ dan wordt de omtrek $4 \cdot 1\frac{1}{2} \cdot$ zijde $= 6 \cdot$ zijde. De omtrek is dan dus $\frac{6 \cdot \text{zijde}}{4 \cdot \text{zijde}} = 1\frac{1}{2}$ keer zo groot.

b De oppervlakte O van een vierkant is gelijk aan de zijde Z in het kwadraat.

© Noordhoff Uitgevers bv

c $O_n = (Z_n)^2 = \left(\left(1\tfrac{1}{2}\right)^{n-1}\right)^2 = 1\tfrac{1}{2}^{2n-2} = \left(1\tfrac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(1\tfrac{1}{2}\right)^{2n} = \left(\tfrac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\left(\tfrac{3}{2}\right)^2\right)^n = \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} \cdot \left(\left(\tfrac{3}{2}\right)^2\right)^n = \frac{1}{\frac{9}{4}} \cdot \left(\tfrac{9}{4}\right)^n = \tfrac{4}{9} \cdot \left(2\tfrac{1}{4}\right)^n$

28 **a** Zowel de korte als de lange zijde worden steeds 0,5 langer. Rechthoek 5 heeft dus lange zijde 3 + 0,5 = 3,5 en korte zijde 2,5 + 0,5 = 3.
b recursieve formule $L_n = L_{n-1} + 0,5$ met $L_1 = 1,5$
directe formule $L_n = 1,5 + 0,5(n - 1) = 1,5 + 0,5n - 0,5 = 0,5n + 1$
recursieve formule $K_n = K_{n-1} + 0,5$ met $K_1 = 1$
directe formule $K_n = 1 + 0,5(n - 1) = 1 + 0,5n - 0,5 = 0,5n + 0,5$
c Er geldt $P_1 = 5$, $P_2 = 7$, $P_3 = 9$, $P_4 = 11$, dus de recursieve formule is $P_n = P_{n-1} + 2$ met $P_1 = 5$.
directe formule $P_n = 5 + 2(n - 1) = 5 + 2n - 2 = 2n + 3$
d Los op $2n + 3 > 50$
$2n > 47$
$n > 23,5$
Dus vanaf $n = 24$ is $P_n > 50$.
e $O_n = L_n \cdot K_n = (1 + 0,5n) \cdot (0,5 + 0,5n)$
$= 0,5 + 0,5n + 0,25n + 0,25n^2$
$= 0,25n^2 + 0,75n + 0,5$
f Voer in $y_1 = 0,25x^2 + 0,75x + 0,5$.
Uit de tabel volgt $O_{18} = 95$ en $O_{19} = 105$.
Dus vanaf $n = 19$ is $O_n > 100$.
g $O_{n-1} = 0,25(n - 1)^2 + 0,75(n - 1) + 0,5$
$= 0,25(n^2 - 2n + 1) + 0,75n - 0,75 + 0,5$
$= 0,25n^2 - 0,5n + 0,25 + 0,75n - 0,75 + 0,5$
$= 0,25n^2 + 0,25n$
$O_n - O_{n-1} = 0,25n^2 + 0,75n + 0,5 - (0,25n^2 + 0,25n)$
$= 0,25n^2 + 0,75n + 0,5 - 0,25n^2 - 0,25n$
$= 0,5n + 0,5$
recursieve formule $O_n = O_{n-1} + 0,5n + 0,5$ met $O_1 = 1,5$

Bladzijde 115

29 **a** Zowel de lange als de korte rechthoekszijde wordt vermenigvuldigd met $1\frac{1}{2}$. Driehoek 4 heeft dus lange rechthoekszijde $9 \cdot 1\frac{1}{2} = 13\frac{1}{2}$ en korte rechthoekszijde $6\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{2} = 10\frac{1}{8}$.
b recursieve formule $L(n) = 1\frac{1}{2} \cdot L(n - 1)$ met $L(1) = 4$
directe formule $L(n) = 4 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
recursieve formule $K(n) = 1\frac{1}{2} \cdot K(n - 1)$ met $K(1) = 3$
directe formule $K(n) = 3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
c De zijde van de driehoek wordt vermenigvuldigd met $1\frac{1}{2}$, dus de omtrek wordt ook vermenigvuldigd met $1\frac{1}{2}$. De omtrek van driehoek 1 is 3 + 4 + 5 = 12.
De recursieve formule is $P(n) = 1\frac{1}{2} \cdot P(n - 1)$ met $P(1) = 12$.
De directe formule is $P(n) = 12 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 12 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^{-1} = 12 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^n = 8 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^n$.
d Voer in $y_1 = 8 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^x$.
Uit de tabel volgt $P(11) \approx 692$ en $P(12) \approx 1038$.
Dus vanaf $n = 12$ is $P(n) > 1000$.
e De zijde wordt vermenigvuldigd met $1\frac{1}{2}$, dus de oppervlakte wordt vermenigvuldigd met $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$.
De oppervlakte van driehoek 1 is $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$.
De directe formule is dus $O(n) = 6 \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^{n-1} = 6 \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^n \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1} = 6 \cdot \frac{4}{9} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^n = 2\frac{2}{3} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^n$.
f Voer in $y_1 = 2\frac{2}{3} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^x$.
Uit de tabel volgt $O(7) \approx 778$ en $O(8) \approx 1752$.
Dus vanaf $n = 8$ is $O(n) > 1000$.

Bladzijde 116

30 **a** recursieve formule $Z_n = 0{,}8 \cdot Z_{n-1}$ met $Z_1 = 4$ cm
directe formule $Z_n = 4 \cdot 0{,}8^{n-1} = 4 \cdot 0{,}8^n \cdot 0{,}8^{-1} = 5 \cdot 0{,}8^n$
b Voer in $y_1 = 5 \cdot 0{,}8^x$.
Uit de tabel volgt $Z_7 \approx 1{,}05$ en $Z_8 \approx 0{,}84$.
Dus vanaf $n = 8$ is de $Z_n < 1$ cm.
c De zijde wordt vermenigvuldigd met 0,8, dus de oppervlakte wordt vermenigvuldigd met $0{,}8^2 = 0{,}64$.
De oppervlakte van vierkant 1 is $4^2 = 16$.
De recursieve formule is dus $O_n = 0{,}64 \cdot O_{n-1}$ met $O_1 = 16$.
d De directe formule is $O_n = 16 \cdot 0{,}64^{n-1} = 16 \cdot 0{,}64^n \cdot 0{,}64^{-1} = 16 \cdot 1{,}5625 \cdot 0{,}64^n = 25 \cdot 0{,}64^n$.
Dus $a = 25$ en $b = 0{,}64$.
e Voer in $y_1 = 25 \cdot 0{,}64^x$.
Uit de tabel volgt $O_{12} \approx 0{,}12$ en $O_{13} \approx 0{,}08$.
Dus vanaf $n = 13$ is $O_n < 0{,}1$ cm^2.

31 **a** Pythagoras in driehoek APS geeft $PS^2 = AP^2 + AS^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, dus $PS = 5$ cm.
PS is dus $\frac{5}{7} \cdot AB$. De constante factor is $\frac{5}{7}$.
b De omtrek van vierkant 1 is $4 \cdot 7 = 28$ cm.
De directe formule is dus $P(n) = 28 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{n-1}$.
Voer in $y_1 = 28 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{x-1}$.
Uit de tabel volgt $P(10) \approx 1{,}36$ en $P(11) \approx 0{,}97$.
Dus vanaf $n = 11$ is $P(n) < 1$ cm.
c De zijde wordt vermenigvuldigd met $\frac{5}{7}$, dus de oppervlakte wordt vermenigvuldigd met $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$.
De oppervlakte van vierkant 1 is $7^2 = 49$ cm^2.
De recursieve formule is $O(n) = \frac{25}{49} \cdot O(n-1)$ met $O(1) = 49$.
De directe formule is $O(n) = 49 \cdot \left(\frac{25}{49}\right)^{n-1}$.
d Voer in $y_1 = 49 \cdot \left(\frac{25}{49}\right)^{x-1}$.
Uit de tabel volgt $O(13) \approx 0{,}015$ en $O(14) \approx 0{,}008$.
Dus vanaf $n = 14$ is $O(n) < 0{,}01$ cm^2.

Bladzijde 117

32 **a** $A_6 = A_5 + A_4 = 10 + 6 = 16$
b $A_7 = A_6 + A_5 = 16 + 10 = 26$

Bladzijde 118

33 **a**

TI	Casio
Voer in $u(n) = u(n-1) + u(n-2)$	Voer in $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$
met nMin = 1 en u(nMin) = {2, 2}.	met Start: 1 en a_1 : 2 en a_2 : 2.

$A_{12} = 288$
b $\frac{A_9}{A_8} = \frac{68}{42} \approx 1{,}619$; $\frac{A_{10}}{A_9} = \frac{110}{68} \approx 1{,}618$; $\frac{A_{11}}{A_{10}} = \frac{178}{110} \approx 1{,}618$; $\frac{A_{12}}{A_{11}} = \frac{288}{178} \approx 1{,}618$
De deling nadert een grenswaarde. Deze grenswaarde is ongeveer 1,618.
c *

34 **a** $A_1 = 10$, klopt.
$A_2 = A_1 - 2 = 10 - 2 = 8$, klopt.
$A_3 = A_2 - 3 = 8 - 3 = 5$, klopt.
$A_4 = A_3 - 4 = 5 - 4 = 1$, klopt.
De formule hoort dus bij de toren.
b

TI	Casio
Voer in $u(n) = u(n-1) - n$	Voer in $a_{n+1} = a_n - n$
met nMin = 1 en u(nMin) = {100}.	met Start: 1 en a_1 : 100.

$A_{13} = 10$ en $A_{14} = -4$
De toren bestaat uit 13 lagen en de bovenste (de 13e) laag heeft 10 kubussen.

© Noordhoff Uitgevers bv

c Met $A_1 = 100$ is $A_{20} = -109$. Er moeten dus 110 blokjes bij om met ten minste één blokje te eindigen op de bovenste rij. Het aantal blokjes in de eerste laag moet dus minstens $100 + 110 = 210$ zijn.
Proberen op de GR met $A_1 = 230$ geeft $A_{20} = 21$ en $A_{21} = 0$ en met $A_1 = 231$ geeft $A_{20} = 22$ en $A_{21} = 1$. Als Joop dus meer dan 230 blokjes kiest, dan komt er een extra (21^e^) laag bij.
Joop moet A_1 zo kiezen dat geldt $210 \leq A_1 \leq 230$.

35 **a** TI
Voer in $u(n) = u(n-1) + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}$
met nMin = 1 en u(nMin) = {1}.

Casio
Voer in $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}$
met Start: 1 en a_1 : 1.

$S(10) = 126\frac{1}{4}$

b De totale oppervlakte van de eerste 15 vierkanten is $S(15) = 373\frac{3}{4}$ cm^2.

c $S(21) = 948\frac{1}{2}$ en $S(22) = 1080\frac{3}{4}$, dus vanaf $n = 22$ is $S(n) > 1000$ cm^2.

d $S(20) = 827\frac{1}{2}$ en $S(9) = 96$.

De oppervlakte van vierkant 10 tot en met 20 is $827\frac{1}{2} - 96 = 731\frac{1}{2}$ cm^2.

Bladzijde 119

36 **a** Voor de lengte $L(n)$ van de lange zijde geldt de formule $L(n) = 2 + \frac{1}{2}(n-1) = 2 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}n + 1\frac{1}{2}$.

en voor de lengte $K(n)$ van de korte zijde geldt de formule $K(n) = 1 + \frac{1}{2}(n-1) = 1 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$.

De directe formule is $O(n) = L(n) \cdot K(n) = \left(\frac{1}{2}n + 1\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}n + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{4}n + \frac{3}{4}n + \frac{3}{4} = \frac{1}{4}n^2 + n + \frac{3}{4}$.

b $S(n) = S(n-1) + \frac{1}{4}n^2 + n + \frac{3}{4}$ met $S(1) = 2$ cm^2.

c TI
Voer in $u(n) = u(n-1) + \frac{1}{4}n^2 + n + \frac{3}{4}$
met nMin = 1 en u(nMin) = {2}.

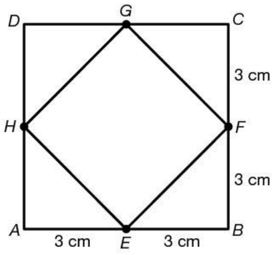
Casio
Voer in $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{4}n^2 + n + \frac{3}{4}$
met Start: 1 en a_1 : 2.

De totale oppervlakte van de eerste 16 rechthoeken is $S(16) = 522$ cm^2.

d 1 m^2 = 10 000 cm^2
$S(46) = 9493{,}25$ en $S(47) = 10\,093{,}25$, dus vanaf $n = 47$ is $S(n) > 1$ m^2.

37 **a** Pythagoras in driehoek EBF geeft $EF^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$, dus $EF = \sqrt{18}$ cm.

De factor is dus $\frac{\sqrt{18}}{6} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{2}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.



b De directe formule van de lengte $R(n)$ van de ribbe van kubus n is

$R(n) = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^{n-1}$.

De totale hoogte van de stapel is gelijk aan de som van de ribben van de kubussen.
De recursieve formule voor de som $S(n)$ van de eerste n ribben is
$S(n) = S(n-1) + 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^{n-1}$ met $S(1) = 6$ cm.

TI
Voer in $u(n) = u(n-1) + 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^{n-1}$
met nMin = 1 en u(nMin) = {6}.

Casio
Voer in $a_{n+1} = a_n + 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^{n-1}$
met Start: 1 en a_1 : 6.

De hoogte van de stapel van acht kubussen is $S(8) \approx 19{,}2$ cm.

c De zijde wordt vermenigvuldigd met $\frac{1}{2}\sqrt{2}$, dus de inhoud wordt met $\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^3 \approx 0{,}35355$ vermenigvuldigd.

d De inhoud van de eerste kubus is $6^3 = 216$ cm^3.
De directe formule van de inhoud $I(n)$ van kubus n is $I(n) = 216 \cdot 0{,}35355^{n-1}$.
De totale inhoud van de stapel kubussen is gelijk aan de som van de inhouden van de kubussen.
De recursieve formule voor de som $S(n)$ van de inhoud de eerste n kubussen is
$S(n) = S(n-1) + 216 \cdot 0{,}35355^{n-1}$ met $S(1) = 216$ cm^3.

TI
Voer in $u(n) = u(n-1) + 216 \cdot 0{,}35355^{n-1}$
met nMin = 1 en u(nMin) = {216}.

Casio
Voer in $a_{n+1} = a_n + 216 \cdot 0{,}35355^{n-1}$
met Start: 1 en a_1 : 216.

De inhoud van de stapel van de acht kubussen is $S(8) \approx 334{,}1$ cm^3 = 334 100 mm^3.

14.4 Variabelen vrijmaken

Bladzijde 121

38 **a** $y = 4x - 15$
$4x = y + 15$
$x = \frac{1}{4}y + 3\frac{3}{4}$

b $Q = 5\sqrt{2p-3}$
$\sqrt{2p-3} = \frac{1}{5}Q$
$2p - 3 = \left(\frac{1}{5}Q\right)^2$
$2p - 3 = \frac{1}{25}Q^2$
$2p = \frac{1}{25}Q^2 + 3$
$p = \frac{1}{50}Q^2 + 1\frac{1}{2}$

c $y = 50x^{1,25}$
$x^{1,25} = \frac{1}{50}y$
$x = \left(\frac{1}{50}y\right)^{\frac{1}{1,25}}$
$x = \left(\frac{1}{50}\right)^{\frac{1}{1,25}} \cdot y^{\frac{1}{1,25}}$
$x \approx 0{,}044y^{0,8}$
Dus $x = 0{,}044y^{0,8}$.

d $A = 5 - \dfrac{12}{B+1}$
$\dfrac{12}{B+1} = 5 - A$
$B + 1 = \dfrac{12}{5-A}$
$B = \dfrac{12}{5-A} - 1$

e $N = \dfrac{t+2}{t+4}$
$N(t+4) = t + 2$
$Nt + 4N = t + 2$
$tN - t = -4N + 2$
$t(N-1) = -4N + 2$
$t = \dfrac{-4N+2}{N-1}$

Bladzijde 123

39 **a** $2t = \dfrac{6}{N-10} - 3$
$t = \dfrac{3}{N-10} - 1\frac{1}{2}$

b $t = \dfrac{5}{2N-20} - 1\frac{1}{2}$
$t = \dfrac{5}{2N-20} - \dfrac{1\frac{1}{2}(2N-20)}{2N-20}$
$t = \dfrac{5-3N+30}{2N-20}$
$t = \dfrac{-3N+35}{2N-20}$

c Bij gebruik van de wisseleigenschap krijg je $3a + 4 = \dfrac{2a-3}{F}$ en hieruit kun je a niet vrijmaken.

d $F = \dfrac{2a-3}{3a+4}$
$2a - 3 = F(3a+4)$
$2a - 3 = 3aF + 4F$
$2a - 3aF = 4F + 3$
$a(2-3F) = 4F + 3$
$a = \dfrac{4F+3}{2-3F}$

40 **a** $y = 4(x-1) + 6$
$y = 4x - 4 + 6$
$y = 4x + 2$
$4x = y - 2$
$x = \frac{1}{4}y - \frac{1}{2}$

b $5x - 3y = 20$
$5x = 3y + 20$
$x = \frac{3}{5}y + 4$

© Noordhoff Uitgevers bv

c $y = \frac{1}{2}\sqrt{6x + 15}$

$\sqrt{6x + 15} = 2y$

$6x + 15 = 4y^2$

$6x = 4y^2 - 15$

$x = \frac{2}{3}y^2 - 2\frac{1}{2}$

d $y = 125(4x - 1)^3$

$(4x - 1)^3 = \frac{1}{125}y$

$4x - 1 = \left(\frac{1}{125}y\right)^{\frac{1}{3}}$

$4x - 1 = \left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{3}}$

$4x = \frac{1}{5}y^{\frac{1}{3}} + 1$

$x = \frac{1}{20}y^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{4}$

e $y = 0{,}2x^{1{,}6}$

$x^{1{,}6} = 5y$

$x = (5y)^{\frac{1}{1{,}6}}$

$x = 5^{\frac{1}{1{,}6}} \cdot y^{\frac{1}{1{,}6}}$

$x \approx 2{,}73y^{0{,}625}$

Dus $x = 2{,}73y^{0{,}625}$.

f $y = 5x^{-1{,}25}$

$x^{-1{,}25} = \frac{1}{5}y$

$x = \left(\frac{1}{5}y\right)^{\frac{1}{-1{,}25}}$

$x = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{-1{,}25}} \cdot y^{\frac{1}{-1{,}25}}$

$x \approx 3{,}62y^{-0{,}8}$

Dus $x = 3{,}62y^{-0{,}8}$.

41 **a** $Q = \dfrac{1 - 2p}{3p - 5}$

$Q(3p - 5) = 1 - 2p$

$3pQ - 5Q = 1 - 2p$

$3pQ + 2p = 5Q + 1$

$p(3Q + 2) = 5Q + 1$

$p = \dfrac{5Q + 1}{3Q + 2}$

b $N = 6 - \dfrac{2}{t + 1}$

$\dfrac{2}{t + 1} = 6 - N$

$t + 1 = \dfrac{2}{6 - N}$

$t = \dfrac{2}{6 - N} - 1$

$t = \dfrac{2}{6 - N} - \dfrac{6 - N}{6 - N}$

$t = \dfrac{2 - 6 + N}{6 - N}$

$t = \dfrac{N - 4}{6 - N}$

Dus $a = -4$, $b = -1$ en $c = 6$.

c $\dfrac{4A}{A + B} = 3 - A$

$A + B = \dfrac{4A}{3 - A}$

$B = \dfrac{4A}{3 - A} - A$

$B = \dfrac{4A}{3 - A} - \dfrac{A(3 - A)}{3 - A}$

$B = \dfrac{4A}{3 - A} - \dfrac{3A - A^2}{3 - A}$

$B = \dfrac{A^2 + A}{3 - A}$

42 **a** Als t toeneemt, dan neemt $2t + 11$ toe, dus $\dfrac{66}{2t + 11}$ neemt af, dus $6 - \dfrac{66}{2t + 11}$ neemt toe.

Dus G neemt toe als t toeneemt.

b $G = 6 - \dfrac{66}{2t + 11}$

$\dfrac{66}{2t + 11} = 6 - G$

$2t + 11 = \dfrac{66}{6 - G}$

$2t = \dfrac{66}{6 - G} - 11$

$t = \dfrac{33}{6 - G} - 5{,}5$

c Bij $G = 4$ hoort $t = \dfrac{33}{6 - 4} - 5{,}5 = 11$.

Bij $G = 5$ hoort $t = \dfrac{33}{6 - 5} - 5{,}5 = 27{,}5$.

Dus het duurt $27{,}5 - 11 = 16{,}5$ uur om de golfhoogte te doen toenemen van 4 naar 5 meter.

Bladzijde 124

43 **a** $q = 2p - 3$
$2p = q + 3$
$p = \frac{1}{2}q + 1\frac{1}{2}$

b $\left.\begin{aligned} N &= 3p + 4q - 5 \\ p &= \tfrac{1}{2}q + 1\tfrac{1}{2} \end{aligned}\right\} N = 3\left(\tfrac{1}{2}q + 1\tfrac{1}{2}\right) + 4q - 5$
$N = 1\frac{1}{2}q + 4\frac{1}{2} + 4q - 5$
$N = 5\frac{1}{2}q - \frac{1}{2}$

44 **a** $r + 8s = 100$
$\left.\begin{aligned} r &= -8s + 100 \\ T &= 3r + 6s + 80 \end{aligned}\right\} T = 3(-8s + 100) + 6s + 80$
$T = -24s + 300 + 6s + 80$
$T = -18s + 380$

b $5a - 8b = 160$
$-8b = -5a + 160$
$\left.\begin{aligned} b &= \tfrac{5}{8}a - 20 \\ C &= 2a - 3b + 64 \end{aligned}\right\} C = 2a - 3\left(\tfrac{5}{8}a - 20\right) + 64$
$C = 2a - 1\frac{7}{8}a + 60 + 64$
$C = \frac{1}{8}a + 124$

Bladzijde 125

45 **a** $3m + 5n = 12$
$5n = -3m + 12$
$\left.\begin{aligned} n &= -\tfrac{3}{5}m + 2\tfrac{2}{5} \\ Q &= 5m - n + 125 \end{aligned}\right\} Q = 5m - \left(-\tfrac{3}{5}m + 2\tfrac{2}{5}\right) + 125$
$Q = 5\frac{3}{5}m + 122\frac{3}{5}$

b $5\frac{3}{5}m + 122\frac{3}{5} = 201$
$5\frac{3}{5}m = 78\frac{2}{5}$
$m = 14$
$m = 14$ geeft $n = 2\frac{2}{5} - \frac{3}{5} \cdot 14 = -6$
Dus $m = 14$ en $n = -6$.

46 **a** $t = -\frac{1}{3}p + 3\frac{2}{3}$
$\frac{1}{3}p = -t + 3\frac{2}{3}$
$\left.\begin{aligned} p &= -3t + 11 \\ A &= 2t + 5p + 9 \end{aligned}\right\} A = 2t + 5(-3t + 11) + 9$
$A = 2t - 15t + 55 + 9$
$A = -13t + 64$
Dus $a = -13$ en $b = 64$.

b $3x - 2y = 6$
$-2y = -3x + 6$
$\left.\begin{aligned} y &= 1{,}5x - 3 \\ B &= 5xy + 20 \end{aligned}\right\} B = 5x(1{,}5x - 3) + 20$
$B = 7{,}5x^2 - 15x + 20$
Dus $a = 7{,}5$, $b = -15$ en $c = 20$.

47 **a** $N = \dfrac{5x}{8}\left(16(2x - 1) - 4\tfrac{4}{5}(6x - 1)\right)$
$N = \dfrac{5x}{8}\left(32x - 16 - 28\tfrac{4}{5}x + 4\tfrac{4}{5}\right)$
$N = \dfrac{5x}{8}\left(3\tfrac{1}{5}x - 11\tfrac{1}{5}\right)$
$N = \dfrac{5x\left(3\tfrac{1}{5}x - 11\tfrac{1}{5}\right)}{8}$
$N = \dfrac{16x^2 - 56x}{8}$
$N = 2x^2 - 7x$
Dus $a = 2$ en $b = -7$.

© Noordhoff Uitgevers bv

b $xy = 2$ geeft $y = \frac{2}{x}$

$$P = \frac{18x^2 - 6}{3x} + \frac{\left(\frac{2}{x}\right)^2 + 2}{2 \cdot \frac{2}{x}}$$

$$P = \frac{18x^2 - 6}{3x} + \frac{\frac{4}{x^2} + 2}{\frac{4}{x}}$$

$$P = \frac{6x^2 - 2}{x} + \frac{4 + 2x^2}{4x}$$

$$P = 6x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x} + \tfrac{1}{2}x$$

$$P = 6{,}5x - \frac{1}{x}$$

Dus $a = 6{,}5$ en $b = -1$.

48 **a** $x = 20$ geeft $K = \frac{1200}{20} + 2{,}5\sqrt{20} + 30 = 101{,}180...$

$x = 40$ geeft $K = \frac{1200}{40} + 2{,}5\sqrt{40} + 30 = 75{,}811...$

De relatieve verandering is $\frac{75{,}811... - 101{,}180...}{101{,}180...} \times 100\% \approx -25{,}1\%$.

Dus afname met 25,1%.

b Voer in $y_1 = \frac{1200}{x} + 2{,}5\sqrt{x} + 30$.

Optie minimum geeft $x \approx 97$ en $y \approx 67$.

Dus bij 97 km² per gebied zijn de kosten minimaal.

c $n = \frac{6000}{x}$

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{6000}{n} \\ K = \frac{1200}{x} + 2{,}5\sqrt{x} + 30 \end{array}\right\} K = \frac{1200}{\left(\frac{6000}{n}\right)} + 2{,}5\sqrt{\frac{6000}{n}} + 30$$

$$K = 1200 \cdot \frac{n}{6000} + 2{,}5 \cdot \frac{\sqrt{6000}}{\sqrt{n}} + 30$$

$$K = 0{,}2n + \frac{193{,}649...}{\sqrt{n}} + 30$$

$$K \approx 0{,}2n + \frac{194}{\sqrt{n}} + 30$$

Dus $a = 0{,}2$ en $b = 194$.

49 $\log(N) = 2t - 3$

$2t = \log(N) + 3$

$t = \frac{1}{2} \cdot \log(N) + 1\frac{1}{2}$

Bladzijde 126

50 **a** $\log(P) = 4q + 5$

$4q = \log(P) - 5$

$q = \frac{1}{4} \cdot \log(P) - 1\frac{1}{4}$

b $N = 5 \cdot \log(t) - 4$

$5 \cdot \log(t) = N + 4$

$\log(t) = \frac{1}{5}N + \frac{4}{5}$

$t = 10^{\frac{1}{5}N + \frac{4}{5}}$

$t = 10^{\frac{1}{5}N} \cdot 10^{\frac{4}{5}}$

$t = 10^{\frac{4}{5}} \cdot \left(10^{\frac{1}{5}}\right)^N$

$t \approx 6{,}3 \cdot 1{,}585^N$

Dus $t = 6{,}3 \cdot 1{,}585^N$.

c $N = 20 \cdot 1{,}75^t$

$1{,}75^t = 0{,}05N$

$\log(1{,}75^t) = \log(0{,}05N)$

$t \cdot \log(1{,}75) = \log(0{,}05N)$

$t = \frac{1}{\log(1{,}75)} \cdot \log(0{,}05N)$

$t \approx 4{,}1 \cdot \log(0{,}05N)$

Dus $t = 4{,}1 \cdot \log(0{,}05N)$.

51 **a** $t = 6{,}25 \cdot \log(Q) - 15$
$6{,}25 \cdot \log(Q) = t + 15$
$\log(Q) = 0{,}16t + 2{,}4$
$Q = 10^{0{,}16t + 2{,}4}$
$Q = 10^{0{,}16t} \cdot 10^{2{,}4}$
$Q = 10^{2{,}4} \cdot (10^{0{,}16})^t$
$Q \approx 251 \cdot 1{,}445^t$
Dus $Q = 251 \cdot 1{,}445^t$.

b $F = 1{,}5 \cdot \ln(2t) - 2$
$1{,}5 \cdot \ln(2t) = F + 2$
$\ln(2t) = \frac{2}{3}F + 1\frac{1}{3}$
$2t = e^{\frac{2}{3}F + 1\frac{1}{3}}$
$t = \frac{1}{2}e^{\frac{2}{3}F} \cdot e^{1\frac{1}{3}}$
$t = \frac{1}{2}e^{1\frac{1}{3}} \cdot \left(e^{\frac{2}{3}}\right)^F$
$t \approx 1{,}90 \cdot 1{,}948^F$
Dus $t = 1{,}90 \cdot 1{,}948^F$.

c $N = 160e^{0{,}12t - 3}$
$e^{0{,}12t - 3} = 0{,}00625N$
$0{,}12t - 3 = \ln(0{,}00625N)$
$0{,}12t = 3 + \ln(0{,}00625N)$
$t \approx 25 + 8{,}3 \cdot \ln(0{,}00625N)$
Dus $t = 25 + 8{,}3 \cdot \ln(0{,}00625N)$.

Bladzijde 127

52 **a** Op het moment dat Stijn het pak melk uit de koelkast pakt geldt $t = 0$ en $T = 5$.
$25 - k \cdot \log(20 - 5) = 0$
$k \cdot \log(15) = 25$
$$k = \frac{25}{\log(15)} \approx 21{,}26$$

b 45 seconden, dus $t = 0{,}75$.
$25 - 21 \cdot \log(20 - T) = 0{,}75$
$21 \cdot \log(20 - T) = 24{,}25$
$$\log(20 - T) = \frac{24{,}25}{21} = 1{,}15...$$
$20 - T = 10^{1{,}15...}$
$T = 20 - 10^{1{,}15...} \approx 5{,}7$
De temperatuur is ongeveer 5,7 °C.

c $t = 25 - 21 \cdot \log(20 - T)$
$21 \cdot \log(20 - T) = -t + 25$
$\log(20 - T) = -\frac{1}{21}t + \frac{25}{21}$
$20 - T = 10^{-\frac{1}{21}t + \frac{25}{21}}$
$-T = -20 + 10^{-\frac{1}{21}t + \frac{25}{21}}$
$T = 20 - 10^{-\frac{1}{21}t + \frac{25}{21}}$
$T = 20 - 10^{\frac{25}{21}} \cdot 10^{-\frac{1}{21}t}$
$T = 20 - 10^{\frac{25}{21}} \cdot \left(10^{-\frac{1}{21}}\right)^t$
$T \approx 20 - 15{,}5 \cdot 0{,}896^t$
$T = 20 - 15{,}5 \cdot 0{,}896^t$, dus $a = 20$, $b = -15{,}5$ en $g = 0{,}896$.

53 **a** Voor de personenauto is $L = 74{,}8 + 33{,}0 \cdot \log\left(\frac{90}{80}\right) \approx 76{,}49$.

Voor de vrachtauto is $L = 83{,}5 + 22{,}8 \cdot \log\left(\frac{90}{70}\right) \approx 85{,}99$.

Het geluidsniveau van een vrachtauto is $\frac{85{,}99 - 76{,}49}{76{,}49} \times 100\% \approx 12{,}4\%$ hoger.

© Noordhoff Uitgevers bv

b Er geldt $L = 74{,}8 + 33{,}0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right)$.

Als v afneemt vanaf $v = 80$, dan neemt $\frac{v}{80}$ af, dus dan neemt $\log\left(\frac{v}{80}\right)$ af,

dus dan neemt $L = 74{,}8 + 33{,}0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right)$ af.

Het geluidsniveau daalt dus naarmate de snelheid meer onder de 80 km/uur ligt.

c $L = 82$ geeft $74{,}8 + 33{,}0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right) = 82$

$33{,}0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right) = 7{,}2$

$\log\left(\frac{v}{80}\right) = 0{,}218...$

$\frac{v}{80} = 10^{0{,}218...}$

$v = 80 \cdot 10^{0{,}218...} \approx 132$

De snelheid is 132 km/uur.

d $L = 83{,}5 + 22{,}8 \cdot \log\left(\frac{v}{70}\right)$

$22{,}8 \cdot \log\left(\frac{v}{70}\right) = L - 83{,}5$

$\log\left(\frac{v}{70}\right) = \frac{1}{22{,}8}L - \frac{83{,}5}{22{,}8}$

$\frac{v}{70} = 10^{\frac{1}{22{,}8}L - \frac{83{,}5}{22{,}8}}$

$v = 70 \cdot 10^{-\frac{83{,}5}{22{,}8}} \cdot \left(10^{\frac{1}{22{,}8}}\right)^L$

$v \approx 0{,}015 \cdot 1{,}106^L$

Dus $v = 0{,}015 \cdot 1{,}106^L$.

Bladzijde 128

54 **a** $G = 150$ en $S = 140$ geeft $125 \cdot \ln(150 + b) + c = 140$, dus $c = 140 - 125 \cdot \ln(150 + b)$.
$G = 200$ en $S = 163$ geeft $125 \cdot \ln(200 + b) + c = 163$, dus $c = 163 - 125 \cdot \ln(200 + b)$.
Hieruit volgt $140 - 125 \cdot \ln(150 + b) = 163 - 125 \cdot \ln(200 + b)$

$125 \cdot \ln(200 + b) - 125 \cdot \ln(150 + b) = 23$

$125 \cdot (\ln(200 + b) - \ln(150 + b)) = 23$

$125 \cdot \ln\left(\frac{200 + b}{150 + b}\right) = 23$

b Voer in $y_1 = 125 \cdot \ln\left(\frac{200 + x}{150 + x}\right)$ en $y_2 = 23$.
Intersect geeft $x \approx 97{,}5$.
Dus $b = 97{,}5$.

c Bij $G = 150$ hoort $S = 140$.
Los op $125 \cdot \ln(150 + 98) + c = 140$.
$c = 140 - 125 \cdot \ln(248) \approx -549$
Dus $c = -549$.

d $G = 185$ geeft $S = 125 \cdot \ln(185 + 98) - 550 \approx 156$
Dus de schouderhoogte is 156 cm.

e $S = 125 \cdot \ln(G + 98) - 550$
$125 \cdot \ln(G + 98) = S + 550$
$\ln(G + 98) = 0{,}008S + 4{,}4$
$G + 98 = e^{0{,}008S + 4{,}4}$
$G = e^{0{,}008S + 4{,}4} - 98$
$G = e^{0{,}008S} \cdot e^{4{,}4} - 98$
$G \approx 81{,}45 \cdot e^{0{,}008S} - 98$
$G = 81{,}45 \cdot e^{0{,}008S} - 98$, dus $a = 81{,}45$, $p = 0{,}008$ en $q = -98$.

f $S = 225$ geeft $G = 81{,}45 \cdot e^{0{,}008 \cdot 225} - 98 \approx 395$
Dus de spanwijdte is 395 cm.

© Noordhoff Uitgevers bv

14.5 Omvormen van formules met exponenten en logaritmen

Bladzijde 130

55 Gebruik $g^y = x$ geeft ${}^g\log(x) = y$.
$c = \ln(1{,}85) \approx 0{,}615$

Bladzijde 131

56 **a** $e^c = 1{,}18$ geeft $c = \ln(1{,}18) \approx 0{,}166$, dus de formule is $N = 250 \cdot e^{0{,}166t}$.
b $2^c = 10^{0{,}14}$ geeft $c = {}^2\log(10^{0{,}14}) \approx 0{,}465$, dus de formule is $N = 58 \cdot 2^{0{,}465t}$.
c $g = e^{0{,}62} \approx 1{,}859$, dus de formule is $N = 180 \cdot 1{,}859^t$.
d $e^c = 0{,}88$ geeft $c = \ln(0{,}88) \approx -0{,}128$, dus de formule is $N = \dfrac{575}{1 + 12 \cdot e^{-0{,}128t}}$.

57 **a** $N = 60 + 14 \cdot {}^2\log(t) = 60 + 14 \cdot \dfrac{\ln(t)}{\ln(2)} = 60 + \dfrac{14}{\ln(2)} \cdot \ln(t) \approx 60 + 20{,}2 \cdot \ln(t)$
Dus de formule is $N = 60 + 20{,}2 \cdot \ln(t)$.
b $N = 8{,}4 + {}^4\log(6t) = 8{,}4 + \dfrac{\log(6t)}{\log(4)} = 8{,}4 + \dfrac{1}{\log(4)} \cdot \log(6t) = 8{,}4 + \dfrac{1}{\log(4)} \cdot (\log(6) + \log(t))$
$= 8{,}4 + \dfrac{1}{\log(4)} \cdot \log(6) + \dfrac{1}{\log(4)} \cdot \log(t) \approx 9{,}7 + 1{,}66 \cdot \log(t)$
Dus de formule is $N = 9{,}7 + 1{,}66 \cdot \log(t)$.
c $N = 13{,}5 - \log(5t) = 13{,}5 - \dfrac{\ln(5t)}{\ln(10)} = 13{,}5 - \dfrac{1}{\ln(10)} \cdot \ln(5t) = 13{,}5 - \dfrac{1}{\ln(10)} \cdot (\ln(5) + \ln(t))$
$= 13{,}5 - \dfrac{1}{\ln(10)} \cdot \ln(5) - \dfrac{1}{\ln(10)} \cdot \ln(t) \approx 12{,}8 - 0{,}434 \cdot \ln(t)$
Dus de formule is $N = 12{,}8 - 0{,}434 \cdot \ln(t)$.
d $N = 16{,}65 + 2{,}5 \cdot \ln(3t) = 16{,}65 + 2{,}5 \cdot \dfrac{\log(3t)}{\log(e)} = 16{,}65 + \dfrac{2{,}5}{\log(e)} \cdot \log(3t)$
$= 16{,}65 + \dfrac{2{,}5}{\log(e)} \cdot (\log(3) + \log(t)) = 16{,}65 + \dfrac{2{,}5 \cdot \log(3)}{\log(e)} + \dfrac{2{,}5}{\log(e)} \cdot \log(t)$
$\approx 19{,}40 + 5{,}76 \cdot \log(t)$
Dus de formule is $N = 19{,}40 + 5{,}76 \cdot \log(t)$.

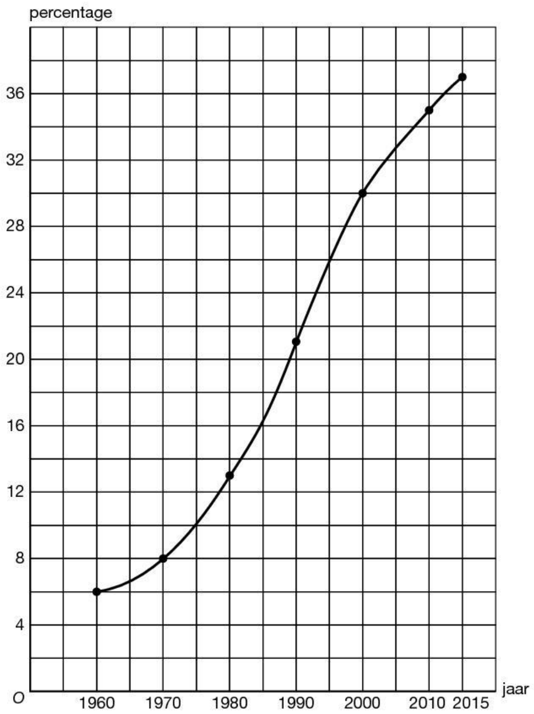
58 **a** $10^c = e^{0{,}15}$ geeft $c = \log(e^{0{,}15}) \approx 0{,}065$, dus de formule is $N = 18{,}6 \cdot 10^{0{,}065t}$.
b $N = 10 + 12 \cdot \log(2t - 1) = 10 + 12 \cdot \dfrac{\ln(2t-1)}{\ln(10)} = 10 + \dfrac{12}{\ln(10)} \cdot \ln(2t - 1) \approx 10 + 5{,}2 \cdot \ln(2t - 1)$
Dus de formule is $N = 10 + 5{,}2 \cdot \ln(2t - 1)$.
c $N = 12{,}5 \cdot (2^{1{,}15} \cdot 3^{0{,}81})^t$
$e^c = 2^{1{,}15} \cdot 3^{0{,}81}$, dus $c = \ln(2^{1{,}15} \cdot 3^{0{,}81}) \approx 1{,}687$.
Dus de formule is $N = 12{,}5 \cdot e^{1{,}687t}$.
d $N = 1{,}68 + 1{,}25 \cdot {}^2\log(3t - 6) = 1{,}68 + 1{,}25 \cdot \dfrac{\ln(3t-6)}{\ln(2)} = 1{,}68 + \dfrac{1{,}25}{\ln(2)} \cdot \ln(3(t-2))$
$= 1{,}68 + \dfrac{1{,}25}{\ln(2)} \cdot (\ln(3) + \ln(t - 2)) = 1{,}68 + \dfrac{1{,}25}{\ln(2)} \cdot \ln(3) + \dfrac{1{,}25}{\ln(2)} \cdot \ln(t - 2)$
$\approx 3{,}66 + 1{,}80 \cdot \ln(t - 2)$
Dus de formule is $N = 3{,}66 + 1{,}80 \cdot \ln(t - 2)$.
e $N = 550 \cdot 2^{1{,}5 - t} = 550 \cdot 2^{1{,}5} \cdot 2^{-t} \approx 1556 \cdot 2^{-t}$
$e^c = 2^{-1}$ geeft $c = \ln(2^{-1}) \approx -0{,}69$.
Dus de formule is $N = 1556 \cdot e^{-0{,}69t}$.

59 **a** $h = 130$ geeft $W = 2{,}4 \cdot 1{,}0186^{130} \approx 26$
Dus Robert weegt 26 kg.
b Los op $2{,}4 \cdot 1{,}0186^h = 23{,}5$.
Voer in $y_1 = 2{,}4 \cdot 1{,}0186^x$ en $y_2 = 23{,}5$.
Intersect geeft $x \approx 123{,}8$.
Dus de lengte van Chantal is 124 cm.
c $e^c = 1{,}0186$ geeft $c = \ln(1{,}0186) \approx 0{,}0184$, dus de formule is $W = 2{,}4 \cdot e^{0{,}0184h}$.

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 132

60 **a**



b De grafiek vlakt af en zou kunnen naderen tot een grenswaarde. Als je de grafiek op deze manier doortekent zou de grenswaarde inderdaad 42 kunnen zijn. Je weet nu dat $a = 42$.

c $t = 0$ en $P = 6$ geeft $\dfrac{42}{1 + b \cdot g^0} = 6$, dus $1 + b \cdot 1 = \dfrac{42}{6}$, dus $1 + b = 7$, dus $b = 6$.

$t = 55$ en $P = 37$ geeft $\dfrac{42}{1 + 6 \cdot g^{55}} = 37$

Voer in $y_1 = \dfrac{42}{1 + 6 \cdot x^{55}}$ en $y_1 = 37$.

Intersect geeft $x \approx 0{,}9334$.
Dus $g = 0{,}9334$.

d Als t toeneemt, dan neemt $0{,}933^t$ af, dus $1 + 6 \cdot 0{,}933^t$ neemt af, dus $\dfrac{42}{1 + 6 \cdot 0{,}933^t}$ neemt toe.

De grafiek van P is dus stijgend.

e Voer in $y_1 = \dfrac{42}{1 + 6 \cdot 0{,}933^x}$.
Aflezen in de tabel geeft dat bij $t = 10$ hoort $P \approx 10{,}5$, bij $t = 20$ hoort $P \approx 16{,}8$, bij $t = 30$ hoort $P \approx 24{,}0$, bij $t = 40$ hoort $P \approx 30{,}6$, bij $t = 50$ hoort $P \approx 35{,}4$ en bij $t = 55$ hoort $P \approx 37{,}1$.
Het verschil is dus het grootst in 1980.

f $e^c = 0{,}933$ geeft $c = \ln(0{,}933) \approx -0{,}06935$, dus de formule van P is te schrijven als

$P = \dfrac{42}{1 + 6 \cdot e^{-0{,}06935t}}$.

$P = \dfrac{42}{1 + 6 \cdot e^{-0{,}06935t}}$ geeft $\dfrac{dP}{dt} = \dfrac{(1 + 6 \cdot e^{-0{,}06935t}) \cdot 0 - 42 \cdot (6 \cdot e^{-0{,}06935t} \cdot -0{,}06935)}{(1 + 6 \cdot e^{-0{,}06935t})^2} \approx \dfrac{17{,}48 \cdot e^{-0{,}069t}}{(1 + 6 \cdot e^{-0{,}069t})^2}$

Dus $q = 17{,}48$.

g De teller $17{,}48 \cdot e^{-0{,}069t}$ is positief en de noemer $(1 + 6 \cdot e^{-0{,}069t})^2$ is positief, dus $\dfrac{dP}{dt}$ is positief.

Dus de grafiek van P is stijgend.

h Voer in $y_1 = \dfrac{17{,}48 \cdot e^{-0{,}069x}}{(1 + 6 \cdot e^{-0{,}069x})^2}$.
De optie maximum geeft $x = 25{,}967...$ en $y = 0{,}728...$
Bij $t = 26$ hoort 1986, dus in 1986 was de toename het grootst.

© Noordhoff Uitgevers bv

61 **a** $\log(N) = t + 2$
$N = 10^{t+2}$
$N = 10^t \cdot 10^2$
$N = 100 \cdot 10^t$
b $N = 500 \cdot 1{,}26^t$
$\log(N) = \log(500 \cdot 1{,}26^t)$
$\log(N) = \log(500) + \log(1{,}26^t)$
$\log(N) = \log(500) + t \cdot \log(1{,}26)$
$\log(N) \approx 0{,}1t + 2{,}7$
Dus $a = 0{,}1$ en $b = 2{,}7$.

14

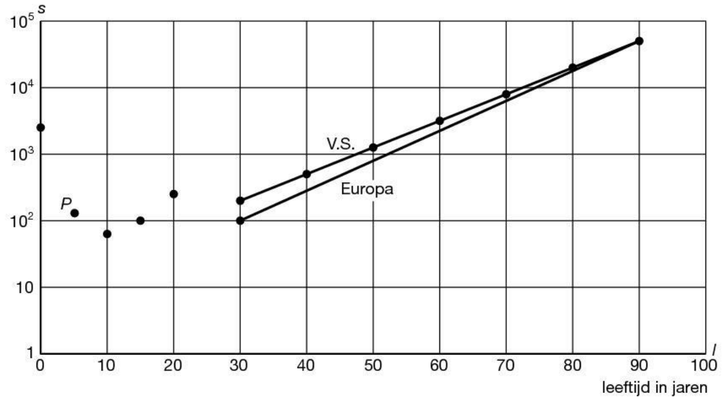
Bladzijde 133

62 **a** $\log(N) = 0{,}14t + 2{,}17$
$N = 10^{0{,}14t + 2{,}17}$
$N = 10^{0{,}14t} \cdot 10^{2{,}17}$
$N = 10^{2{,}17} \cdot (10^{0{,}14})^t$
$N \approx 148 \cdot 1{,}380^t$
Dus $N = 148 \cdot 1{,}380^t$.
b $t = 5 \cdot \log(N) - 8{,}82$
$5 \cdot \log(N) = t + 8{,}82$
$\log(N) = 0{,}2t + 1{,}764$
$N = 10^{0{,}2t + 1{,}764}$
$N = 10^{0{,}2t} \cdot 10^{1{,}764}$
$N = 10^{1{,}764} \cdot (10^{0{,}2})^t$
$N \approx 58 \cdot 1{,}585^t$
Dus $N = 58 \cdot 1{,}585^t$.
c $\ln(0{,}4N) = 0{,}45t + 5{,}16$
$0{,}4N = e^{0{,}45t + 5{,}16}$
$N = 2{,}5 \cdot e^{0{,}45t} \cdot e^{5{,}16}$
$N = 2{,}5 \cdot e^{5{,}16} \cdot (e^{0{,}45})^t$
$N \approx 435 \cdot 1{,}568^t$
Dus $N = 435 \cdot 1{,}568^t$.
d $3t = 5 \cdot {}^2\log(N) - 26$
$5 \cdot {}^2\log(N) = 3t + 26$
${}^2\log(N) = 0{,}6t + 5{,}2$
$N = 2^{0{,}6t + 5{,}2}$
$N = 2^{0{,}6t} \cdot 2^{5{,}2}$
$N = 2^{5{,}2} \cdot (2^{0{,}6})^t$
$N \approx 37 \cdot 1{,}516^t$
Dus $N = 37 \cdot 1{,}516^t$.

Bladzijde 134

63 **a** $N = 150 \cdot 1{,}88^t$
$\log(N) = \log(150 \cdot 1{,}88^t)$
$\log(N) = \log(150) + \log(1{,}88^t)$
$\log(N) = \log(150) + t \cdot \log(1{,}88)$
$\log(N) \approx 0{,}274t + 2{,}18$
Dus $\log(N) = 0{,}274t + 2{,}18$.
b $N = 280 \cdot e^{0{,}15t}$
$\log(N) = \log(280 \cdot e^{0{,}15t})$
$\log(N) = \log(280) + \log(e^{0{,}15t})$
$\log(N) = \log(280) + 0{,}15t \cdot \log(e)$
$\log(N) \approx 0{,}065t + 2{,}45$
Dus $\log(N) = 0{,}065t + 2{,}45$.
c $N = 85 \cdot e^{0{,}235t - 2}$
$\ln(N) = \ln(85 \cdot e^{0{,}235t - 2})$
$\ln(N) = \ln(85) + \ln(e^{0{,}235t - 2})$
$\ln(N) = \ln(85) + 0{,}235t - 2$
$\ln(N) \approx 0{,}235t + 2{,}44$
Dus $\ln(N) = 0{,}235t + 2{,}44$.
d $N = 400 \cdot 10^{0{,}3t - 1}$
$\ln(N) = \ln(400 \cdot 10^{0{,}3t - 1})$
$\ln(N) = \ln(400) + \ln(10^{0{,}3t - 1})$
$\ln(N) = \ln(400) + (0{,}3t - 1) \cdot \ln(10)$
$\ln(N) = \ln(400) + 0{,}3t \cdot \ln(10) - \ln(10)$
$\ln(N) \approx 0{,}691t + 3{,}69$
Dus $\ln(N) = 0{,}691t + 3{,}69$.

64 **a** Bij $l = 20$ hoort $s = 10^{2 + 0{,}4} = 10^{2{,}4} \approx 251$, dus 251 sterfgevallen per 100 000 inwoners.
b Bij $l = 0$ hoort $s = 10^{3 + 0{,}4} = 10^{3{,}4} \approx 2512$.
$\frac{2512}{100\,000} \times 100\% \approx 2{,}5\%$ van de pasgeboren baby's sterft binnen een jaar.
c $\log(126) \approx 2{,}1$, dus $10^{2{,}1} \approx 126$. De coördinaten van zijn $P(5, 10^{2{,}1})$. Zie de figuur.



© Noordhoff Uitgevers bv

d $s = 12\,600$ geeft $0{,}040l + 1{,}10 = \log(12\,600)$
$0{,}040l = 3{,}00...$
$l \approx 75$
Dus bij een leeftijd van ongeveer 75 jaar zijn er 12 600 sterfgevallen per 100 000 inwoners.

e $\log(s) = 0{,}040l + 1{,}10$
$s = 10^{0{,}040l + 1{,}10}$
$s = 10^{1{,}10} \cdot 10^{0{,}040l}$
$s = 10^{1{,}10} \cdot (10^{0{,}040})^l$
$s \approx 12{,}6 \cdot 1{,}096^l$
Dus $s = 12{,}6 \cdot 1{,}096^l$.

f Bij $l = 30$ hoort $s = 107 \approx 10^{2{,}03}$ en bij $l = 90$ hoort $s = 53\,098 \approx 10^{4{,}73}$.
Gebruik deze waarden van l en s om de lijn te tekenen. Zie de figuur bij vraag c.

g $s = 4{,}8 \cdot 1{,}109^l$
$\log(s) = \log(4{,}8 \cdot 1{,}109^l)$
$\log(s) = \log(4{,}8) + \log(1{,}109^l)$
$\log(s) = \log(4{,}8) + l \cdot \log(1{,}109)$
$\log(s) \approx 0{,}045l + 0{,}68$
Dus $\log(s) = 0{,}045l + 0{,}68$.

h Er geldt dan $12{,}6 \cdot 1{,}096^l = 4{,}8 \cdot 1{,}109^l$.
Voer in $y_1 = 12{,}6 \cdot 1{,}096^x$ en $y_2 = 4{,}8 \cdot 1{,}109^x$.
Intersect geeft $x \approx 81{,}8$.
Dus bij een leeftijd van ongeveer 82 jaar.

Bladzijde 135

65 **a** $\log(P) = 2 \cdot \log(Q) + 3$
$\log(P) = \log(Q^2) + \log(10^3)$
$\log(P) = \log(Q^2 \cdot 10^3)$
$P = 10^3 \cdot Q^2$
$P = 1000Q^2$

b $A = 100B^{1{,}4}$
$\log(A) = \log(100B^{1{,}4})$
$\log(A) = \log(100) + \log(B^{1{,}4})$
$\log(A) = \log(100) + 1{,}4 \cdot \log(B)$
$\log(A) = 1{,}4 \cdot \log(B) + 2$

66 $N = 10^{2{,}35 + 3{,}6 \cdot \log(t)}$
$N = 10^{2{,}35} \cdot 10^{3{,}6 \cdot \log(t)}$
$N = 10^{2{,}35} \cdot 10^{\log(t^{3{,}6})}$
Gebruik de regel $g^{{}^g\log(x)} = x$, dus $N \approx 224 \cdot t^{3{,}6}$.
Dus $N = 224t^{3{,}6}$.

67 **a** $\ln(A) = 5{,}5 + 4{,}5 \cdot \ln(B)$
$\ln(A) = \ln(e^{5{,}5}) + \ln(B^{4{,}5})$
$\ln(A) = \ln(e^{5{,}5} \cdot B^{4{,}5})$
$A = e^{5{,}5} \cdot B^{4{,}5}$
$A \approx 245B^{4{,}5}$
Dus $A = 245B^{4{,}5}$.

b ${}^2\log(P) - 6{,}4 \cdot {}^2\log(Q) = 5{,}12$
${}^2\log(P) - {}^2\log(Q^{6{,}4}) = {}^2\log(2^{5{,}12})$
${}^2\log(P) = {}^2\log(2^{5{,}12}) + {}^2\log(Q^{6{,}4})$
${}^2\log(P) = {}^2\log(2^{5{,}12} \cdot Q^{6{,}4})$
$P = 2^{5{,}12} \cdot Q^{6{,}4}$
$P \approx 34{,}8Q^{6{,}4}$
Dus $P = 34{,}8Q^{6{,}4}$.

c $N = 67M^{1{,}2}$
$\ln(N) = \ln(67M^{1{,}2})$
$\ln(N) = \ln(67) + \ln(M^{1{,}2})$
$\ln(N) = \ln(67) + 1{,}2 \cdot \ln(M)$
$\ln(N) \approx 4{,}2 + 1{,}2 \cdot \ln(M)$
Dus $\ln(N) = 4{,}2 + 1{,}2 \cdot \ln(M)$.

d $K = \dfrac{120}{L^{0{,}16}}$
$\log(K) = \log\left(\dfrac{120}{L^{0{,}16}}\right)$
$\log(K) = \log(120) - \log(L^{0{,}16})$
$\log(K) = \log(120) - 0{,}16 \cdot \log(L)$
$\log(K) \approx 2{,}08 - 0{,}16 \cdot \log(L)$
Dus $\log(K) = 2{,}08 - 0{,}16 \cdot \log(L)$.

© Noordhoff Uitgevers bv

Bladzijde 136

68 **a** $G = 20$ en $S = 30$ geeft $\ln(30) = a + b \cdot \ln(20)$, dus $a = \ln(30) - b \cdot \ln(20)$.
$G = 100$ en $S = 80$ geeft $\ln(80) = a + b \cdot \ln(100)$, dus $a = \ln(80) - b \cdot \ln(100)$.
Hieruit volgt $\ln(30) - b \cdot \ln(20) = \ln(80) - b \cdot \ln(100)$

$$b \cdot \ln(100) - b \cdot \ln(20) = \ln(80) - \ln(30)$$

$$b \cdot \ln\left(\frac{100}{20}\right) = \ln\left(\frac{80}{30}\right)$$

$$b \cdot \ln(5) = \ln\left(2\tfrac{2}{3}\right)$$

$$b = \frac{\ln\left(2\frac{2}{3}\right)}{\ln(5)} \approx 0{,}6094.$$

b $G = 20$ en $S = 30$ geeft $\ln(30) = a + 0{,}609 \cdot \ln(20)$.
Dus $a = \ln(30) - 0{,}609 \cdot \ln(20) \approx 1{,}58$.

c 320 cm is $\dfrac{320}{2{,}54} \approx 126{,}0$ inch.
$G = 126$ geeft $\ln(S) = 1{,}6 + 0{,}61 \cdot \ln(126)$
$S = e^{1{,}6 + 0{,}61 \cdot \ln(126)} \approx 94{,}6$
94,6 inch is $94{,}6 \cdot 2{,}54 \approx 240$ cm.
Dus een schouderhoogte van 240 cm.

d 200 cm is $\dfrac{200}{2{,}54} \approx 78{,}7$ inch.
$S = 78{,}7$ geeft $\ln(78{,}7) = 1{,}6 + 0{,}61 \cdot \ln(G)$
$0{,}61 \cdot \ln(G) = \ln(78{,}7) - 1{,}6$

$$\ln(G) = \frac{\ln(78{,}7) - 1{,}6}{0{,}61} = 4{,}53...$$

$G = e^{4{,}53...} \approx 93{,}1$
93,1 inch is $93{,}1 \cdot 2{,}54 \approx 236$ cm.
Dus een spanwijdte van 236 cm.

e $\ln(S) = 1{,}6 + 0{,}61 \cdot \ln(G)$
$\ln(S) = \ln(e^{1{,}6}) + \ln(G^{0{,}61})$
$\ln(S) = \ln(e^{1{,}6} \cdot G^{0{,}61})$
$S = e^{1{,}6} \cdot G^{0{,}61}$
$S \approx 4{,}95 \cdot G^{0{,}61}$
Dus $S = 4{,}95G^{0{,}61}$.

f $$\frac{s}{2{,}54} = 4{,}95\left(\frac{g}{2{,}54}\right)^{0{,}61}$$

$$\frac{s}{2{,}54} = 4{,}95 \cdot \frac{g^{0{,}61}}{2{,}54^{0{,}61}}$$

$$\frac{s}{2{,}54} = 4{,}95 \cdot \frac{1}{2{,}54^{0{,}61}} \cdot g^{0{,}61}$$

$$s = 2{,}54 \cdot 4{,}95 \cdot \frac{1}{2{,}54^{0{,}61}} \cdot g^{0{,}61}$$

$s \approx 7{,}12 \cdot g^{0{,}61}$
Dus $a = 7{,}12$.

Diagnostische toets

Bladzijde 138

1 **a** periode $= \dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$, evenwichtsstand = 4 en amplitude = 5

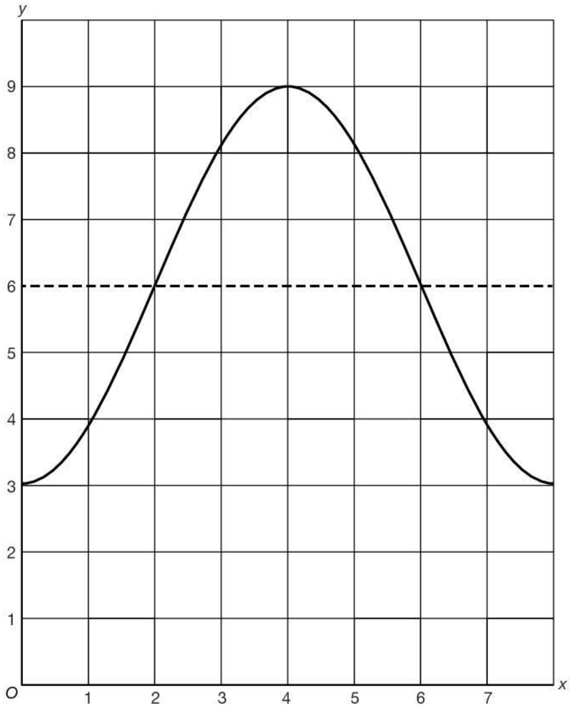
b periode $= \dfrac{2\pi}{\pi} = 2$, evenwichtsstand = 8 en amplitude = 12

c periode $= \dfrac{2\pi}{\frac{1}{3}\pi} = 6$, evenwichtsstand = 75 en amplitude = 25

© Noordhoff Uitgevers bv

2 periode = 30, evenwichtsstand = $\frac{10 + -30}{2} = -10$ en amplitude = 10 − −10 = 20

3 evenwichtsstand = 6
amplitude = 3
periode = $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}\pi} = 8$
grafiek gaat stijgend door (2, 6)



4 $N = a + b\sin(c(t - d))$
a = evenwichtsstand = $\frac{30 + -10}{2} = 10$
b = amplitude = 30 − 10 = 20
De periode is 30 − 5 = 25, dus $c = \frac{2\pi}{\text{periode}} = \frac{2\pi}{25}$.
Stijgend door de evenwichtsstand bij $t = 5$, dus $d = 5$.
Dus $N = 10 + 20\sin\left(\frac{2\pi}{25}(t - 5)\right)$.

5 **a** $y_{max} = 12{,}5 + 6{,}5 = 19$
De periode is $\frac{2\pi}{\frac{2}{9}\pi} = 9$.
y is maximaal voor $x = 2 + \frac{1}{4} \cdot 9 = 4{,}25$.
b $y_{min} = 12{,}5 - 6{,}5 = 6$
y is minimaal voor $x = 2 + \frac{3}{4} \cdot 9 = 8{,}75$.
c $x = 0$ geeft $y \approx 6{,}10$
d De helling is maximaal als de grafiek stijgend door de evenwichtsstand gaat. Dat is bij $x = 2$.
Voer in $y_1 = 12{,}5 + 6{,}5\sin\left(\frac{2}{9}\pi(x - 2)\right)$.
De maximale helling is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2} \approx 4{,}54$.

6 **a** $T = a + b\sin(c(t - d))$
$a = \frac{10 + 28}{2} = 19$
$b = 28 - 19 = 9$
periode = 12, dus $c = \frac{2\pi}{12} = \frac{1}{6}\pi$
Stijgend door de evenwichtsstand 3 maanden na 15 januari, dus $d = 3\frac{1}{2}$.

© Noordhoff Uitgevers bv

b Voer in $y_1 = 19 + 9\sin\left(\frac{1}{6}\pi\left(x - 3\frac{1}{2}\right)\right)$ en $y_2 = 25$.
Intersect geeft $x = 4{,}89...$ en $x = 8{,}10...$
Dus gedurende 8,10... − 4,89... = 3,21... maanden = 96,37... dagen ≈ 96 dagen.

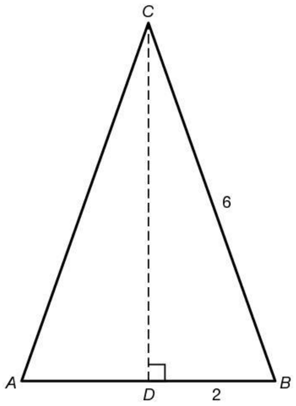
c De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3,5} = 4{,}71...$°C/maand.

De maximale snelheid is $\frac{4{,}71...}{30} = 0{,}1570... \approx 0{,}157$ °C/dag.

14

Bladzijde 139

7 **a** De zijde wordt steeds vermenigvuldigd met 1,5.
recursieve formule $K(n) = 1{,}5 \cdot K(n-1)$ met $K(1) = 4$
directe formule $K(n) = 4 \cdot 1{,}5^{n-1}$



b De gelijkbenige driehoek opdelen in twee rechthoekige driehoeken en gebruiken van Pythagoras in driehoek DBC geeft $CD^2 = 6^2 - 2^2 = 32$,
dus $CD = \sqrt{32} = 5{,}65...$
De oppervlakte van driehoek 1 is $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5{,}65... \approx 11{,}3137$.

c De zijde wordt vermenigvuldigd met 1,5, dus de oppervlakte wordt vermenigvuldigd met $1{,}5^2 = 2{,}25$.
De directe formule is dus $O(n) = 11{,}3137 \cdot 2{,}25^{n-1}$.

d $O(n) = 11{,}3137 \cdot 2{,}25^{n-1} = 11{,}3137 \cdot 2{,}25^n \cdot 2{,}25^{-1} = 11{,}3137 \cdot 0{,}44... \cdot 2{,}25^n$
$\approx 5{,}0283 \cdot 2{,}25^n$
$S(n) = S(n-1) + 5{,}0283 \cdot 2{,}25^n$
Dus $a = 5{,}0283$ en $b = 2{,}25$.

e TI
Voer in $u(n) = u(n-1) + 5{,}0283 \cdot 2{,}25^n$
met nMin = 1 en u(nMin) = {11.3137}.

Casio
Voer in $a_{n+1} = a_n + 5{,}0283 \cdot 2{,}25^n$
met Start: 1 en a_1 : 11.3137.

$S(6) \approx 1165{,}3$, dus de som van de oppervlakten van de eerste zes driehoeken is 1165,3.

8 **a** $q = \frac{3-p}{2p+1}$
$q(2p+1) = 3 - p$
$2pq + q = 3 - p$
$2pq + p = 3 - q$
$p(2q+1) = 3 - q$
$p = \frac{3-q}{2q+1}$

b $y = 2\sqrt{2x-5}$
$2\sqrt{2x-5} = y$
$\sqrt{2x-5} = \frac{1}{2}y$
$2x - 5 = \left(\frac{1}{2}y\right)^2$
$2x - 5 = \frac{1}{4}y^2$
$2x = \frac{1}{4}y^2 + 5$
$x = \frac{1}{8}y^2 + 2\frac{1}{2}$

c $\left.\begin{array}{l} A = 3s - 4t + 8 \\ s - 2t = 5 \text{ geeft } s = 2t + 5 \end{array}\right\} A = 3(2t+5) - 4t + 8 = 6t + 15 - 4t + 8 = 2t + 23$
Dus $A = 2t + 23$.

9 **a** $N = 2{,}5 \cdot \log(8t) - 4{,}2$
$2{,}5 \cdot \log(8t) = N + 4{,}2$
$\log(8t) = 0{,}4N + 1{,}68$
$8t = 10^{0{,}4N + 1{,}68}$
$t = \frac{1}{8} \cdot 10^{0{,}4N} \cdot 10^{1{,}68}$
$t = \frac{1}{8} \cdot 10^{1{,}68} \cdot (10^{0{,}4})^N$
$t \approx 6{,}0 \cdot 2{,}512^N$
Dus $t = 6{,}0 \cdot 2{,}512^N$.

© Noordhoff Uitgevers bv

b $N = 50\,e^{0,4t-2}$
$e^{0,4t-2} = 0,02N$
$0,4t - 2 = \ln(0,02N)$
$0,4t = 2 + \ln(0,02N)$
$t = 5 + 2,5 \cdot \ln(0,02N)$

10 **a** $e^c = 1,42$ geeft $c = \ln(1,42) \approx 0,35$, dus de formule is $N = 16 \cdot e^{0,35t}$.
b $N = 55 + 14 \cdot \log(3,5t - 2)$
$= 55 + 14 \cdot \dfrac{\ln(3,5t-2)}{\ln(10)}$
$= 55 + 14 \cdot \dfrac{1}{\ln(10)} \cdot \ln(3,5t - 2)$
$\approx 55 + 6,1 \cdot \ln(3,5t - 2)$
Dus $N = 55 + 6,1 \cdot \ln(3,5t - 2)$.

11 **a** $1,3 \cdot \log(N) = 0,65t + 3,38$
$\log(N) = 0,5t + 2,6$
$N = 10^{0,5t+2,6}$
$N = 10^{0,5t} \cdot 10^{2,6}$
$N = 10^{2,6} \cdot (10^{0,5})^t$
$N \approx 398 \cdot 3,162^t$
Dus $N = 398 \cdot 3,162^t$.
b $N = 70\,e^{0,25t-1}$
$\ln(N) = \ln(70\,e^{0,25t-1})$
$\ln(N) = \ln(70) + \ln(e^{0,25t-1})$
$\ln(N) = \ln(70) + 0,25t - 1$
$\ln(N) \approx 0,25t + 3,25$
Dus $\ln(N) = 0,25t + 3,25$.

12 **a** $\ln(N) = 7,6 + 4,58 \cdot \ln(t)$
$\ln(N) = \ln(e^{7,6}) + \ln(t^{4,58})$
$\ln(N) = \ln(e^{7,6} \cdot t^{4,58})$
$N = e^{7,6} \cdot t^{4,58}$
$N \approx 1998t^{4,58}$
Dus $N = 1998t^{4,58}$.
b $N = 350t^{2,84}$
$\log(N) = \log(350t^{2,84})$
$\log(N) = \log(350) + \log(t^{2,84})$
$\log(N) = \log(350) + 2,84 \cdot \log(t)$
$\log(N) \approx 2,54 + 2,84 \cdot \log(t)$
Dus $\log(N) = 2,54 + 2,84 \cdot \log(t)$.